به نام خدا

دانشگاه صنعتی شریف

فرایندهای تصادفی
پاییز ۲۰۲۵
حمیدرضا ربیعی

کوئیز ۵ *(۲۰ دقیقه)* | *Point and Gaussian Process* | تاریخ: ۱۱ آذر

---

1. به سوالات کوتاه زیر پاسخ دهید:

(a) بیان کنید در فرآیندهای نقطه‌ای زمانی، مزیت اصلی استفاده از تابع شدت *(Intensity function)* نسبت به پارامتری‌سازی چگالی *(Density parametrizations)* چیست؟

(b) در فرآیند *Hawkes*، نقش *Triggering Kernel* چیست؟

(c) کدام فرایند بهترین مدل برای دنباله‌ای از رخدادهاست که در زمان‌های تصادفی رخ می‌دهند و از گذشته مستقل هستند، اما شدت رخدادها در طول زمان تغییر می‌کند *(مثلاً در روز بیشتر از شب رخ می‌دهند)*؟

(d) دو نمونه از محدودیت‌هایی که در استفاده از فرآیندهای گاوسی با آن‌ها مواجه هستیم را نام ببرید؟

2. یک کاربرد دنیای واقعی برای مدل‌سازی دنبالهٔ رخدادها با فرایندهای نقطه‌ای زمانی خاتمه‌پذیر *(Terminating Temporal Point Processes)* بیان کنید؟

3. گلوگاه پارامتریک *(Parametric Bottleneck)* چیست و فرایندهای گاوسی *(Gaussian Processes)* چگونه از آن اجتناب می‌کنند؟

In the name of GOD.

Sharif University of Technology

Stochastic Processes

Fall 2025

Hamid R. Rabiee

Quiz 5	Point ans Gaussian Processes	Solutions

1. (a) Intensities only need to be non-negative, which makes models simpler and easier to combine. Unlike densities, intensities do not require integrating to 1 and thus avoid issues with complex normalization.

   (b) It determines how past events increase current intensity, controlling the strength and decay of self-excitation (bursty behavior).

   (c) This is an inhomogeneous Poisson process(Intensity varies over time and no dependence on history, so it is not a Hawkes process).

   (d) i. Inference is $o(N^3)$ due to matrix inverse (in practice use Cholesky)

   ii. Gaussian processes don't deal well with discontinuities (financial crises, phosphorylation, collisions, edges in images).

   iii. Widely used exponentiated quadratic covariance (RBF) can be too smooth in practice (but there are many alternatives.)

2. A real-world application is modeling the spread of infectious diseases, where each individual can become infected only once. A terminating temporal point process naturally represents this because after the infection event occurs for a person, no further infection events happen for that individual.

3. The parametric bottleneck occurs in parametric models such as linear regression or neural networks when the model has a fixed number of parameters. No matter how much training data you add, the model can only store information through a limited parameter vector. This restricts flexibility and limits how much the model can learn.

   Gaussian Processes avoid this bottleneck because they are non-parametric models. Their complexity grows with the amount of data: instead of compressing all information into a fixed set of parameters, a GP keeps the training data and uses the covariance function (kernel) to make predictions. This allows the model to become more flexible as more data is added.